

1. $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$ бағатондай бағылу натурал
 a, b, c табыңыз. Бұл жердегі (x, y) - x және y сандарының ең
 үлкен ортаң бағылуы.

Берілгені: $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

Шешуі: Ең біріккені a, b, c мен берілем.

$$a = 1$$

$$b = 2$$

$$c = 3$$

$$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b) \Rightarrow 1 + (2, 3) = 2 + (3, 1) = 3 + (1, 2) \Rightarrow 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3$$

$$\Rightarrow 6 = 6 = 6$$

$$E_{\text{ҮОБ}}(2, 3) = 2 + 3 = 5$$

$$E_{\text{ҮОБ}}(3, 1) = 3 + 1 = 4$$

$$E_{\text{ҮОБ}}(1, 2) = 1 + 2 = 3$$

Мен бұл есепте $a = 1$

$$b = 2$$

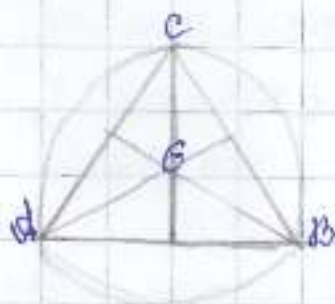
$c = 3$ міндеті берілген. Нәтиже әр цифрдың

орындарына қойылады. Содан соң, $E_{\text{ҮОБ}}(x, y)$ табылады.

Әрбір міндеті ($E_{\text{ҮОБ}}$) орнына қойған кезде $6 = 6 = 6$ шықты.
 Яғни берілген есеп теңесті.

2. $\triangle ABC$ үшбұрышы берілген және B -центрмен, медианалардың қиылысу нүктесі болсын. B нүктесіне BC қабырғасына қараста симметриялы нүкте A_1BC үшбұрышына сырттай есептелген шеңбердің бойында кесілетін нүктесі $\frac{AG}{BC}$ қатынасын табаңыз.

Шешімі:



$$\frac{AG}{BC} = \frac{2}{3} \text{ қатынасындай. Себебі, бұл жерде } AG \text{ түзуді } 2 \text{ есе}$$

үзетін. Яғни AG түзуді BC түзудімен 2 есе қосса, сондықтан

$$\frac{AG}{BC} = \frac{2}{3} \text{ қатынасындай болады.}$$



3. Кез келген нақты a, b сандары үшін келесі теңсіздікті дәлелдеңіз.

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

Шешуі: $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$$a = 1$$

$$3^2 + 141 \cdot 3 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 3 + 1364 \cdot 1 - 512$$

$$b = 3$$

$$9 + 423 + 5476 \geq 15 + 1364 - 512$$

$$5908 \geq 867$$

Мен бұл есепте шығару барысында $a=1$; $b=3$ цифрларын алдым. Осы цифрларда еркіндіктегі қайтап шығардым. Сонда $5908 \geq 867$ мәні шықты. Яғни теңсіздік дәлелденді.

4) 0;1;... 9 цифрларын қалдақты (қайталануы мүмкін) әр қатардағы және әр бағананың цифрларына қосылғанда 5-ке тең бала-тамдай 3×3 тақтасын қанша әдіспен толтыруға болады?

Шешімі:

бағаналар	қатар		
	1	4	0
	4	0	1
	0	1	4

2	0	3
3	2	0
0	3	2

5	0	0
0	5	0
0	0	5

Бұл есепте біз 3×3 тақтасын толтыруымыз керек.

Мәселен 0;1... 9 цифрлары берілген. 3×3 тақтасын толтыру кезінде әр қатардағы және әр бағананың қосылғанда 5-ке тең болуы керек. Із-нен бізге берілген 0;1;2;3;4;5 цифрларын қолданбаймыз. Себебі, олар 5 цифрнан үлкен.

Сондықтан 0;1;2;3;4;5 цифрларын аламыз. Сонда 3×3 тақтасын 3 әдіспен толтырамыз.

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

4

3	2	0
1	3	1
1	0	4

$$C_{10}^5 = \frac{10!}{5!5!} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 252$$

 $\frac{252}{10} = 25$ способ заповняти цифрами от 0 до 9

так, чтобы в каждой строке и каждом столбце
было по 5.

2



Дока $\triangle ABC$ - G - центром
медиа AS , BP , CK

Найти: $\frac{AG}{BC}$

Решение

Точка G является радиусом одной окружности, потому что как этот $\triangle$ описанный окружности. Тогда $AG = CG = BG$, потому что $\triangle ABC$ равносторонний т.к. $AG = AC$ $\triangle AGC$ равнобедренный т.к. $AG = AC$ $\triangle AGC$ равнобедренный по отложившейся.

$\triangle AGC = \triangle BGC = \triangle BAC$. Т.к. длины сторон равностороннего треугольника равны 1, $BC = 1$ $AB = 1$ $AC = 1$

$AK = 0,5$. Рассмотрим $\triangle AKC$ $\angle A = 60^\circ$

$$AC^2 = KC^2 + AK^2 \quad KC^2 = AC^2 - AK^2 \quad KC^2 = 1 - 0,25 = 0,75$$

$$KC = \sqrt{0,75} = 0,5\sqrt{3}$$

Рассмотрим $\triangle KDP$ $\angle DCP = 30^\circ$, тогда $DP = \frac{1}{2}$ $BC = 0,25$

$$DS = 0,5 = SK = KD$$

$$\text{Поэтому отношение } \frac{AG}{BC} = \frac{0,5}{1} = \frac{1}{2}$$

Задача №5

$$a^2 + 141ab + 5446b^2 \geq 5a + 184b - 512$$

$$a^2 + 141ab + 5446b^2 - 5a - 184b + 512 \geq 0$$

$$a^2 - 5a + 5446b^2 - 184b + 1410b + 512 \geq 0$$

$$a(a-5) + b(5446b - 184) + 1410b + 512 \geq 0$$

$$a^2 + 141ab + 5446b^2 \geq 0$$

$$a^2 + 141ab + 5446b^2 \geq 0$$

$$(a(a+141b)) \cdot (70,5b(1+78b)) \geq 0$$

Задача №1

$$a + (b, c) = b + (c, a) = a(a, b)$$

$$a = -(b, c) \quad b = -(c, a) \quad c = -(a, b)$$

(b, c) - determinant

(c, a) - kOB

(a, b) - kOB

b и c

a и c

a и b

№1

$$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$$

$$a - b - c = (b, b) + (b, c) + (c, a)$$

$$1 = b, c + c, a + a, b$$

$$1 = b + c + a + c + a + b$$

$$1 = 2b + 2c + 2a$$

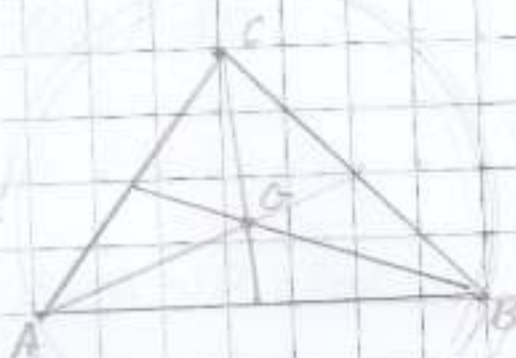
$$1 = 2(a + b + c)$$

$$\frac{1-2}{2} = (a + b + c)$$

$$a + b + c = \frac{1}{2}$$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Бер:

 $\triangle ABC$ G - центрона $\frac{AG}{BC} = ?$ Шешуі: $AG = BG$ себеі медиана тең баіккебаікін түр. $BC = 2AG$

$$\frac{AG}{BC} \rightarrow \frac{AG}{2AG} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Мәурәбә: } \frac{AG}{BC} = \frac{1}{2} \text{ критерий}$$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a - 1364b - 512$$

$$a^2 + 74^2b^2 + 141ab \geq 5a - 1364b - 512$$

$$a^2 + 141ab + 7ab + 74^2b^2 \geq 5a - 1364b - 512 + 7ab$$

$$(a + 74b)^2 \geq 5a - 1364b + 7ab - 512$$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

$$C_n^k$$

$$n(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)=10$$

$$k=5$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = \frac{10!}{(10-5)! \cdot 5!} = \frac{10!}{5! \cdot 5!}$$

$$C_{10}^5 = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 252$$

Жауабы: 252 жігітпен

$$C_{10}^9 = \frac{10!}{(10-9)! \cdot 9!} = 10$$

$$C_{10}^5 - C_{10}^9 = 252 - 10 = 242$$

$$1) a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$$

 (x, y)
 $12, 30,$

$$2 + (3, 4) = 3 + (4, 2) = 4 + (2, 3)$$

2)

ABC



G - центр.

$$AG = BG = GC$$

$$BC$$

$$AB = BC$$

$$3) a^2 + 14ab + 51b^2, 5a + 136b - 512$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - \text{формула}$$

a мен b орнына кез келген сан бою арқылы теңсіздік теңеседі.

$$4) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$$

$$0+5=5$$

$$3 \times 3$$

$$1+4=5$$

$$2+3=5$$

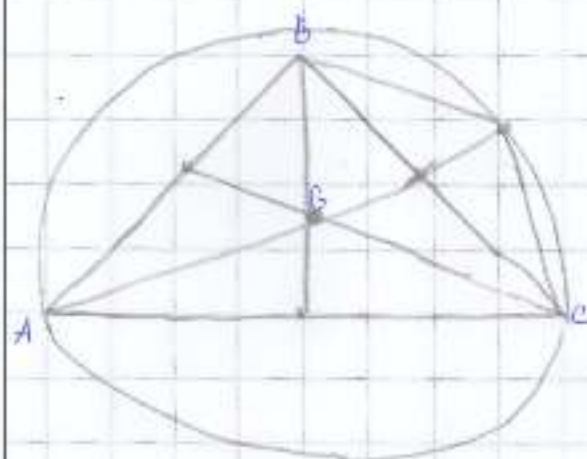
$$1. \quad a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$$

$$a + (b, c) - b - (c, a) - c - (a, b) = 0$$

$$a - b - c = 0$$

$$\begin{cases} a - b = c & a = 2 \\ a = c + b & b = 1 \\ b = a - c & c = 1 \end{cases}$$

2.



$$\frac{AG}{GC} = ?$$

$$AG = GB = GC$$

$$\frac{AG}{GC} = \frac{1}{3}$$

$$3. \quad a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 0$$

$$5a + 1364b - 512 \geq 0$$

$$5a + 1364b \geq 512$$

$$5a \geq 512 - 1364b$$

$$a \geq 102.4 - 272.8b$$

$$1364b \cdot 5(102.4 - 272.8b) + 1364b - 512 \geq 0$$

$$512 - 1364b + 1364b - 512 \geq 0$$

$$b \geq 0$$

$$a \geq 102.4 - 272.8 \cdot 0 = 102.4$$

$$a \geq 102.4$$

$$[0; 102.4] \cup [102.4; \infty)$$

4) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$C_9^3 = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{9!}{3! 6!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = \frac{72}{6} = 12 \text{ әрн.}$$

Задача 4.

Шифр записывается

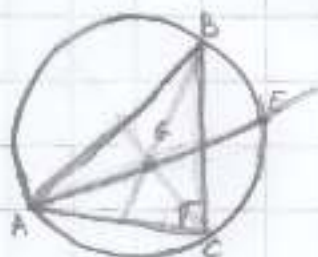
013	310	330	203	211	211	221	121	110	014	104	110	203	130
121	221	221	212	203	130	310	023	121	221	221	212	140	104
410	014	104	140	140	104	014	410	023	310	230	203	212	221

310	023	003	500	041	140	401	041	410	140	014	410	104	014	104	401
014	410	410	041	014	410	050	500	003	003	041	140	050	500	401	104
221	122	140	014	500	003	104	014	140	410	500	003	401	041	050	050

050	050	013	310	031	330	500	500	003	003
401	104	032	130	013	320	052	023	310	130
104	401	500	003	500	003	023	032	310	320

40 способов

Задача 2.



Дано: ABC - вписанный треугольник

E - центр окружности

Найти: отношение $\frac{AC}{BC}$

Решение:

$\log \sim 4$

$$C_{10}^5 = \frac{10!}{5!5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 252$$

$\frac{252}{10} = 25,2 \Rightarrow 25$ способ заповнення таблиця, так як 10
по 6 камери строки и столбца равности 5

 $\log \sim 3$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$$

$$a^2 - 5a + 5476b^2 - 1364b + 141ab + 512 \geq 0$$

$$a(a-5) + b(5476b - 1364b) + 141ab + 512 \geq 0$$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 0$$

$$a^2 + 2a \cdot 70,5b + 5476b^2 \geq 0$$

$$(a(a+2)) + (70,5b(1+78b)) \geq 0$$

 $\log \sim 1$

$$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$$

$$a = (b, c) \quad b = -(c, a) \quad c = -(a, b)$$

$$(b, c) - \text{генератор} \quad (c, a) - \text{НОД} \quad (a, b) - \text{НОД}$$

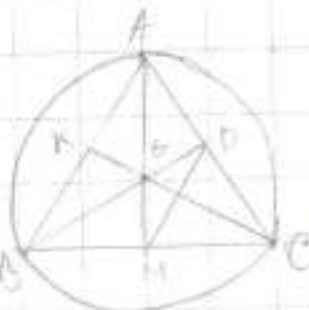
$$b \in c$$

$$a \in c$$

$$a \in b$$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Заг - 11

Дано: $\triangle ABC$; $\odot$ - центр $\triangle ABC$ медиан AM , BN , CP .Найти: $\frac{AB}{BC}$ Решение: $\odot$ - центр окружности и вписанной в $\triangle ABC$.

(N1) N3

$$a^2 + 14/a b + 54b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$a=1 \quad 1^2 + 14/1 \cdot 1 + 54 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 1 - 512$$

$$b=2 \quad 1 + 282 + 21904 \geq 5 + 2728 - 512$$

$$22106 \geq 2021$$

a - любый действительный равенство верно
 b - любый действительный

N4

используя каждый из цифр (0,2,3) мы получим 12 способов как в таблице 3x3 матрицы
цифры 1, каждая строка и каждый столбец
содержит одну разность 5.

0	2	3
2	3	0
3	0	2

← каждый

2	3	0
0	2	3
3	0	2

3	2	0
2	0	3
0	3	2

0	2	3
3	0	2
2	3	0

и т.д.

используя цифры (0,1,4) мы получим 12 способов

используя цифры (5,0,0) мы получим 6 способов

используя цифры (1,3,1) мы получим 6 способов

используя цифры (2,2,1) мы получим 6 способов

$$12 + 12 + 6 + 6 + 6 = 42 \text{ способа}$$

Всего есть 42 способа как в таблице 3x3 матрицы
цифры 1, каждая строка и каждый столбец
содержит одну разность 5.

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

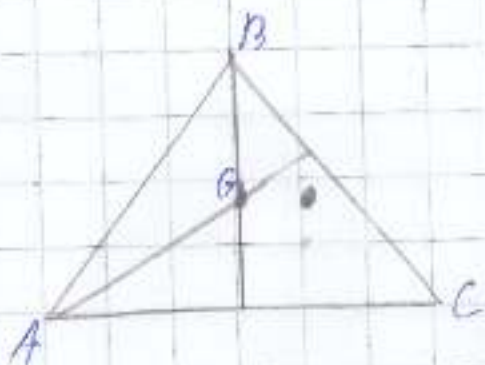
w1

$$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$$

пример равностороннего треугольника $a = b = c$

например: $(2 + (2, 2)) \quad 2 + 2 = 2 + 2 = 2 + 2$
 $a = 2 \quad b = 2 \quad c = 2$

u2



$$\frac{AG}{BC} = ?$$